

NOTA TÉCNICA - 04/2020

GRUPO DE POLITICAS PUBLICAS E DESENVOLVIMENTO (GPPD)

BELO HORIZONTE, MG - 13/04/2020



PROJEÇÕES A PARTIR DO MODELO
EPIDEMIOLÓGICO SIR PARA OS CASOS DE
INFECÇÃO PELO COVID-19
UMA APLICAÇÃO PARA OS ESTADOS BRASILEIROS

RAFAEL S. M. RIBEIRO

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

CENTRO DE DESENVOLVIMENTO E PLANEJAMENTO REGIONAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Sumário

1	Introdução.....	2
2	Metodologia.....	2
3	Base de dados	4
4	Projeções.....	6
4.1	Região Sudeste.....	6
4.2	Região Sul.....	8
4.3	Região Centro-Oeste.....	9
4.4	Região Nordeste.....	11
4.5	Região Norte	13
5	Taxa de reprodução	14
6	Comentários finais	16
	Referências.....	16

1 Introdução

O objetivo desta nota técnica é realizar um exercício aplicando o modelo epidemiológico S-I-R aos casos confirmados de infecção pelo COVID-19 para os estados do Brasil. Com isso, tentamos prever quando será a época aproximadamente do pico de casos para cada um dos estados em questão. Além disso, calculamos também a taxa de reprodução que é o número médio de pessoas saudáveis que cada pessoa infectada contamina.

2 Metodologia

O modelo SIR foi desenvolvido por Kermack e McKendrick em 1927 em um trabalho intitulado “*A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics*”. O modelo divide a população em três grupos: Suscetíveis (S) que são todas as pessoas que podem contrair a doença; Infectados (I) que são os que contraíram a doença; e Removidos (R) que são os que ou se curaram ou morreram. O modelo considera que a doença começa a partir do momento que uma pessoa infectada entra em contato com um grupo de pessoas saudáveis (ou suscetíveis). Uma parte dessas pessoas suscetíveis será infectada, passando para o grupo de pessoas infectadas. Quando uma pessoa infectada se recupera da doença ou morre, ela passa para o grupo de pessoas removidas. Quando há uma epidemia, a taxa de contaminação é maior do que a taxa de recuperação. Assume-se também que, após a infecção, as pessoas se tornam imunes à doença de modo que os indivíduos não retornam ao grupo suscetível.

Dito isso, o modelo S-I-R busca resolver o sistema de equações diferenciais ordinárias abaixo:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{I}{N} S$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{I}{N} S - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

onde β e γ são os coeficientes de contágio e de recuperação, respectivamente. A primeira equação assume que a variação no número de suscetíveis é uma relação inversa entre a taxa de infectados (I/N) e o número absoluto de suscetíveis. A segunda equação diz que a variação no número de infectados depende diretamente da taxa de infectados e o número absoluto de suscetíveis e inversamente do número absoluto de infectados. A terceira equação mostra que o número de recuperados é uma relação direta do número de infectados.

Para ajustar os coeficientes β e γ aos dados minimizamos a soma dos quadrados (SQ) da diferença entre o número absoluto de infectados e o número de infectados ajustado a partir do sistema de equações diferenciais descrito acima:

$$SQ(\beta, \gamma) = \sum_t [I(t) - \hat{I}(t)]^2$$

onde β e γ são obtidos por meio de um processo de otimização iterativo. Nesse estudo avançamos em relação às Notas Técnicas anteriores ao aplicarmos dois métodos de otimização paramétrica distintos. Usamos o método *limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno with box constraints* (L-BFGS-B) desenvolvido por Byrd et. al. (1995), que permite restrições sobre o domínio paramétrico para minimizar a soma dos quadrados apresentada acima. Contudo, esse método iterativo pode enfrentar problemas de interrupção prematura ao encontrar um mínimo local na função ou apresentar soluções de canto como soluções ótimas. Para tentar contornar esse problema, testamos também o método *Simulated Annealing* (SANN) desenvolvido por Bélisle (1992) é um método de otimização mais geral e que não necessita a definição de um intervalo específico para o domínio paramétrico, mas que realiza iterações até um número máximo pré-estabelecido. Neste trabalho aplicamos o método SANN para 15 mil iterações. Uma limitação é que o processo de otimização pode render parâmetros negativos e, portanto, fora das possibilidades permitidas pelo modelo teórico. Nesses casos, abandonamos o método SANN e utilizamos o método L-BFGS-B, como nos estudos anteriores. Com isso, ressaltamos que os resultados desse estudo não são diretamente comparáveis aos resultados dos estudos anteriores, uma vez que métodos diferentes de otimização foram empregados. Contudo, tendo em vista os ganhos gerados para as previsões dos picos das curvas de infecção, optamos

por reportar os resultados a partir do melhor método de otimização às custas da comparabilidade com os resultados anteriores.

Contudo, é preciso apontar algumas limitações do modelo. As projeções consideram o estado atual das coisas caso nenhuma medida a mais seja tomada. Ao longo do tempo os países ou regiões vão adotando mais e mais medidas e com isso vão achatando a curva. Daí a importância de realizar um monitoramento contínuo de atualização periódica dos dados. Também é preciso deixar claro que projeção não é previsão. A projeção constrói um cenário, mas se as condições vigentes mudarem, o cenário também mudará. Outras dificuldades são a baixa qualidade dos testes, as subnotificações e a baixa disponibilidade de testes. Tudo isso gera uma grande incerteza sobre os resultados. E por último, também é preciso apontar que o modelo SIR é o modelo epidemiológico mais simples. Entretanto, justamente por não ser um modelo muito complexo, as estimativas a partir do modelo SIR nos permitem replicá-lo para mais regiões (o que seria difícil se fosse um modelo mais complexo). Com isso, conseguimos ao menos oferecer alguma estimativa para regiões onde não existe estudo algum.

3 Base de dados

Para isso, foram utilizados os dados de casos confirmados por estados do Ministério da Saúde. A variável N representa o tamanho da população de cada estado. Nesse caso, foram utilizadas as estimativas populacionais de cada estado calculadas pelo IBGE para o ano de 2019.

Além disso, nesse estudo buscamos realizar um recorte da população a partir das estatísticas por faixa etária com o objetivo de captar de forma mais acurada as especificidades do COVID-19. O modelo SIR clássico assume que todas as pessoas da população possuem a mesma probabilidade de contrair a doença. Contudo, segundo estudo divulgado pelo Ministério da

Saúde no dia 26/03¹ podemos notar que a maior parte das internações ocorreu com pacientes acima dos 30 anos de idade e, além disso, não haviam sido registradas mortes para pessoas com menos de 30 anos até então. Tendo como base o objetivo de gerar previsões mais acuradas sobre a demanda por internações e leitos de UTI para os estados brasileiros, decidimos excluir da amostra o percentual da população entre 0-29 anos de idade para cada estado analisado. Esses percentuais foram calculados a partir dos dados do IBGE para o ano de 2019.

¹ Link: <https://www.saude.gov.br/images/pdf/2020/marco/26/2020-03-26--COVID---ATUALIZA---O-DE-VIGIL--NCIA-EPIDEMIOL--GICA----QUINTA.pdf>

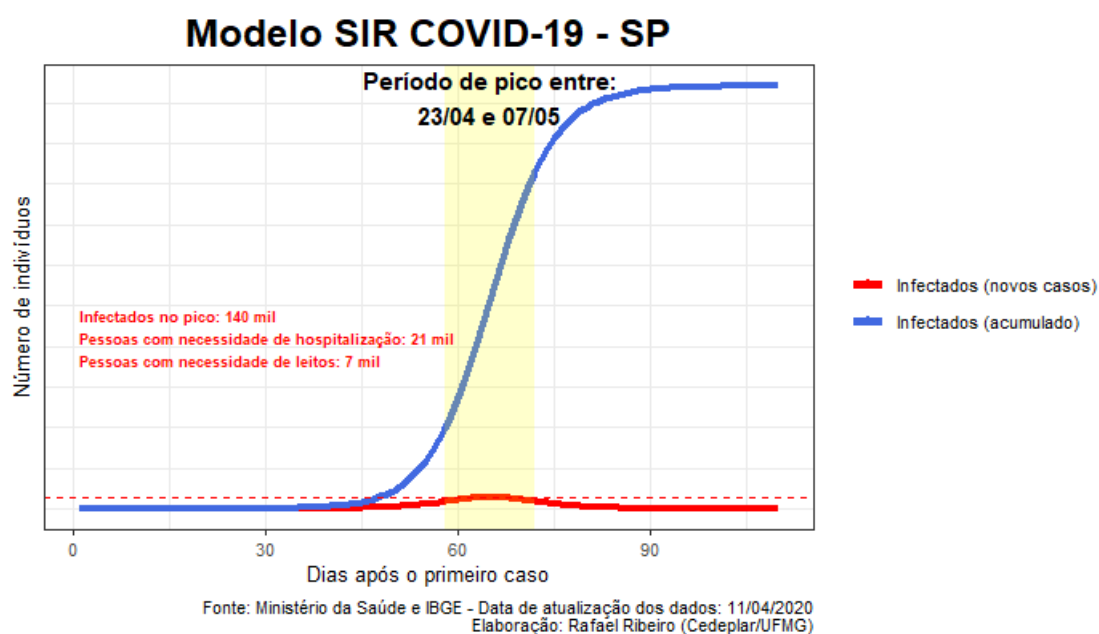
4 Projeções

Abaixo listamos as previsões para os estados escolhidos. Epidemiologistas projetam que o número de pessoas com necessidade de hospitalização representa 15% do número de pessoas infectadas no pico e o número de pessoas que necessitarão leitos de UTI representa cerca de 5% do número de pessoas infectadas no pico².

4.1 Região Sudeste

São Paulo

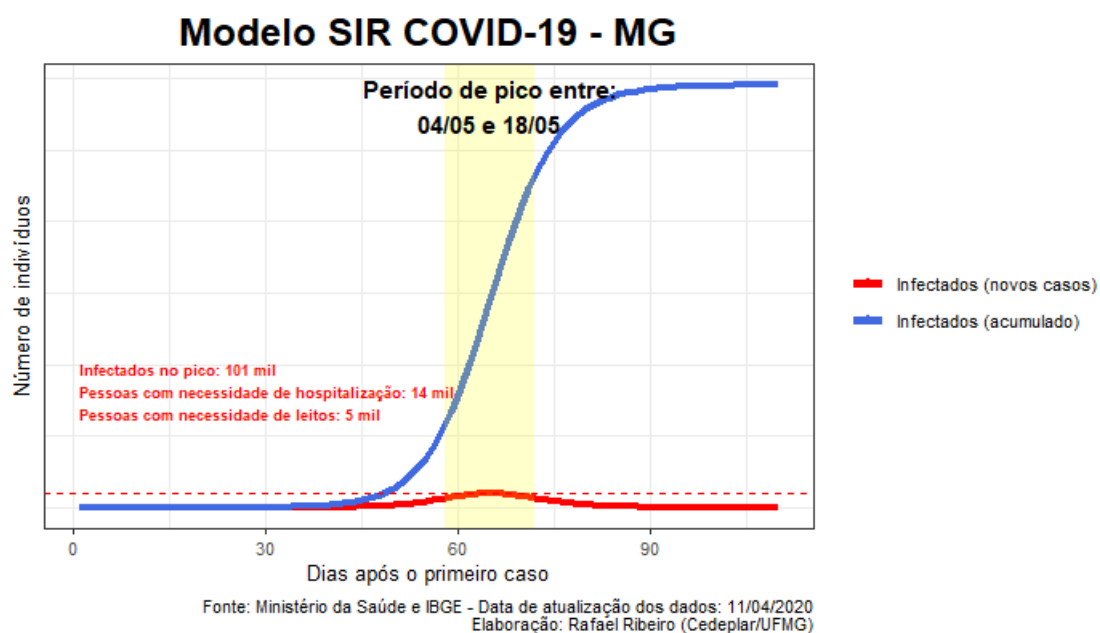
Segundo as estimativas do IBGE, SP possui uma população de aproximadamente 45 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 0,3% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 5,2 milhões de pessoas no total sejam infectadas no estado.



² Link: <https://brasil.elpais.com/brasil/2020-03-17/crise-do-coronavirus-poe-a-prova-gargalo-de-utis-no-sus.html>

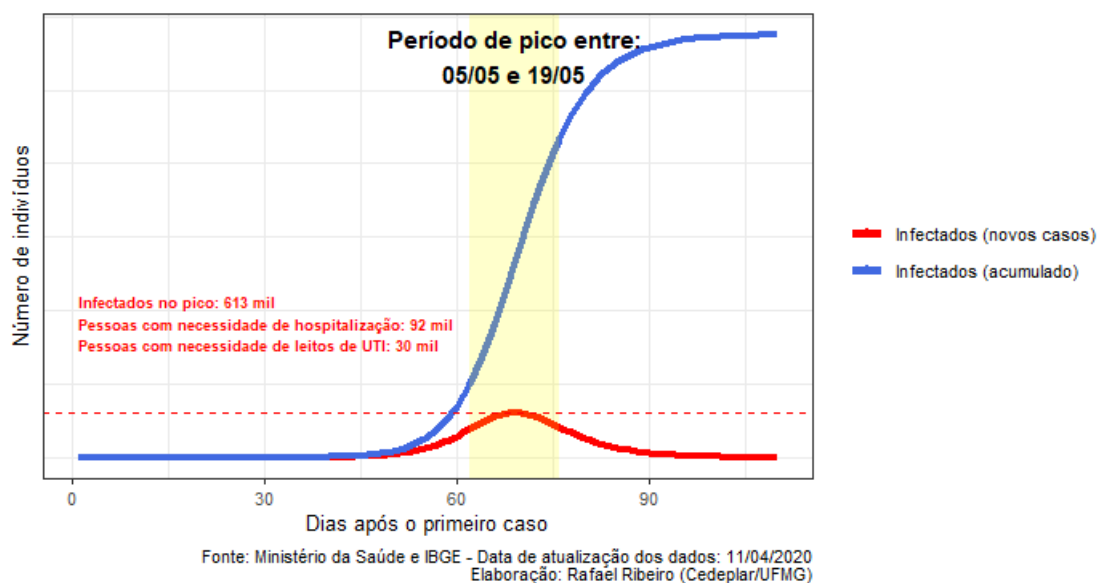
Minas Gerais

Minas possui uma população de aproximadamente 21 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 0,48% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 2,9 milhões de pessoas no total sejam infectadas no estado.

*Rio de Janeiro*

O estado do Rio possui cerca de 17 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 3,55% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 5,7 milhões de pessoas no total sejam infectadas no estado.

Modelo SIR COVID-19 - RJ

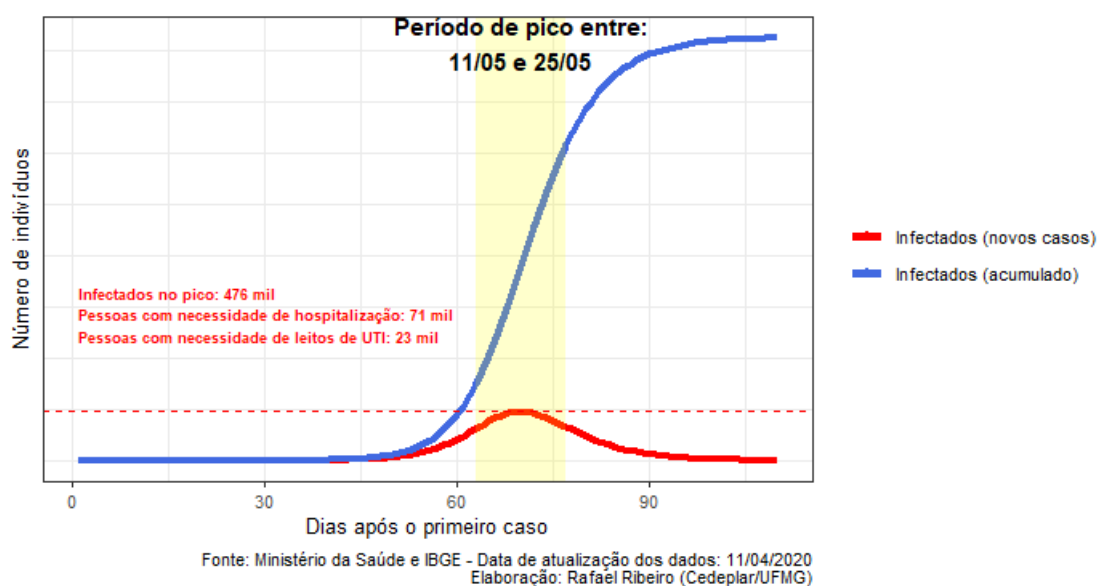


4.2 Região Sul

Rio Grande do Sul

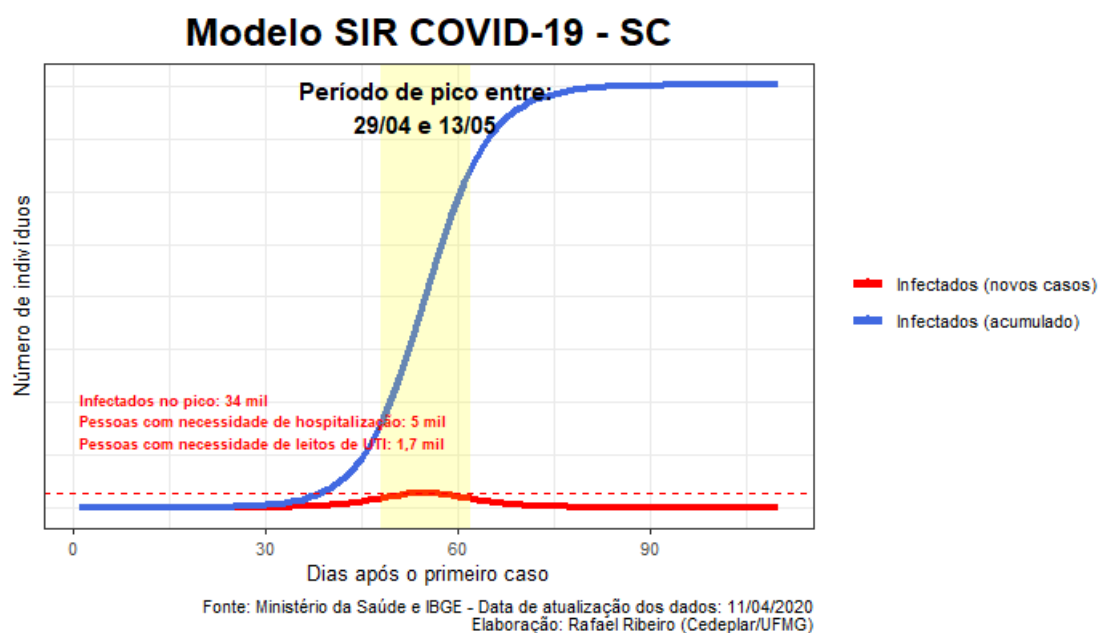
O Rio Grande do Sul possui cerca de 11 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 4,1% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 4,1 milhões de pessoas no total sejam infectadas no estado.

Modelo SIR COVID-19 - RS



Santa Catarina

O estado de Santa Catarina possui cerca de 7 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 0,48% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 1 milhão de pessoas no total sejam infectadas no estado.

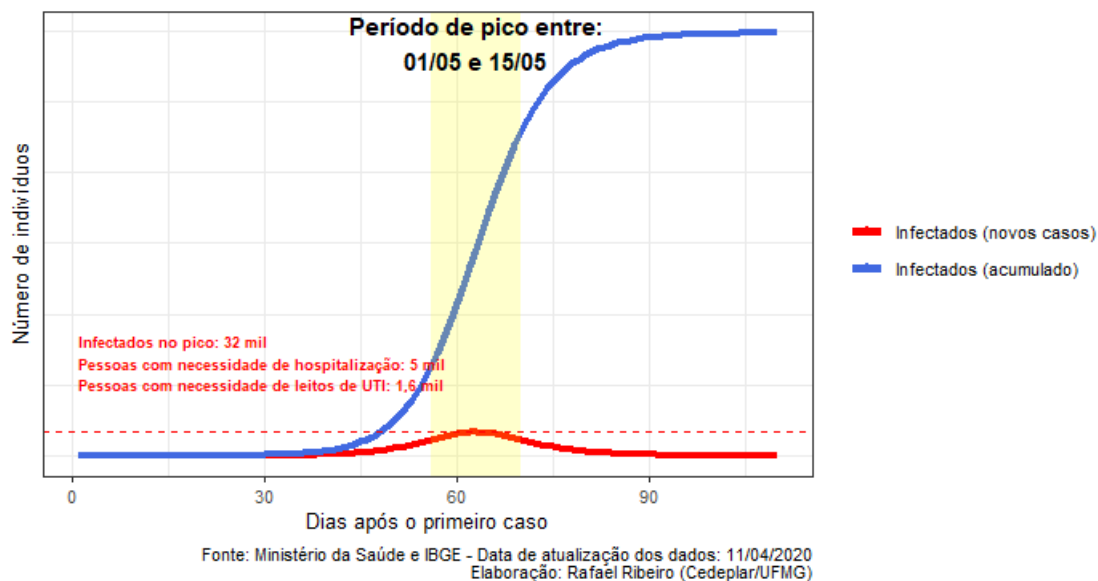


4.3 Região Centro-Oeste

Distrito Federal

O Distrito Federal possui aproximadamente 3 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 1,09% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 590 mil pessoas no total sejam infectadas no estado.

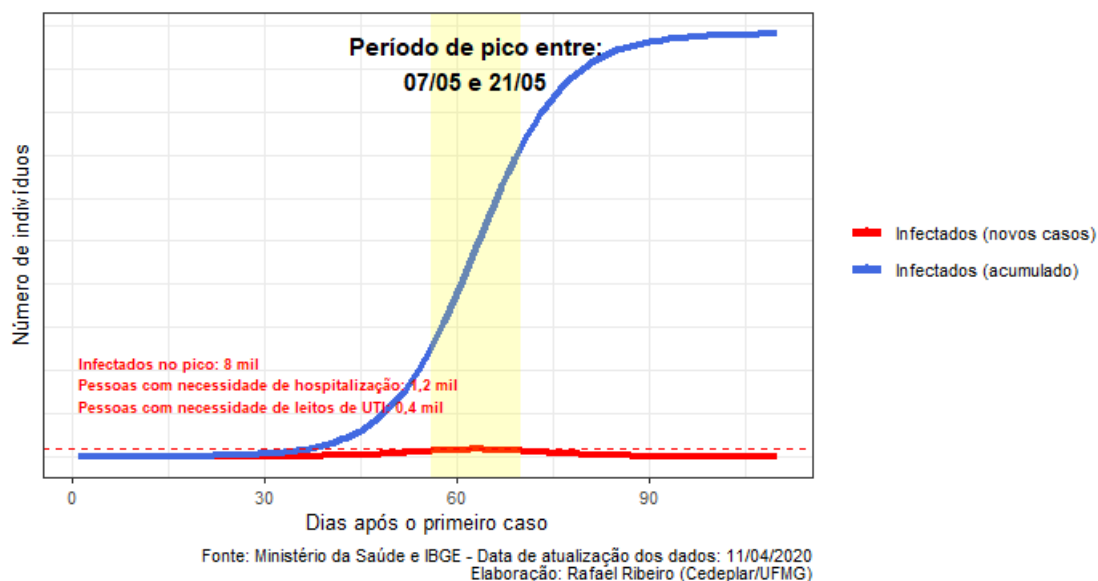
Modelo SIR COVID-19 - DF



Goiás

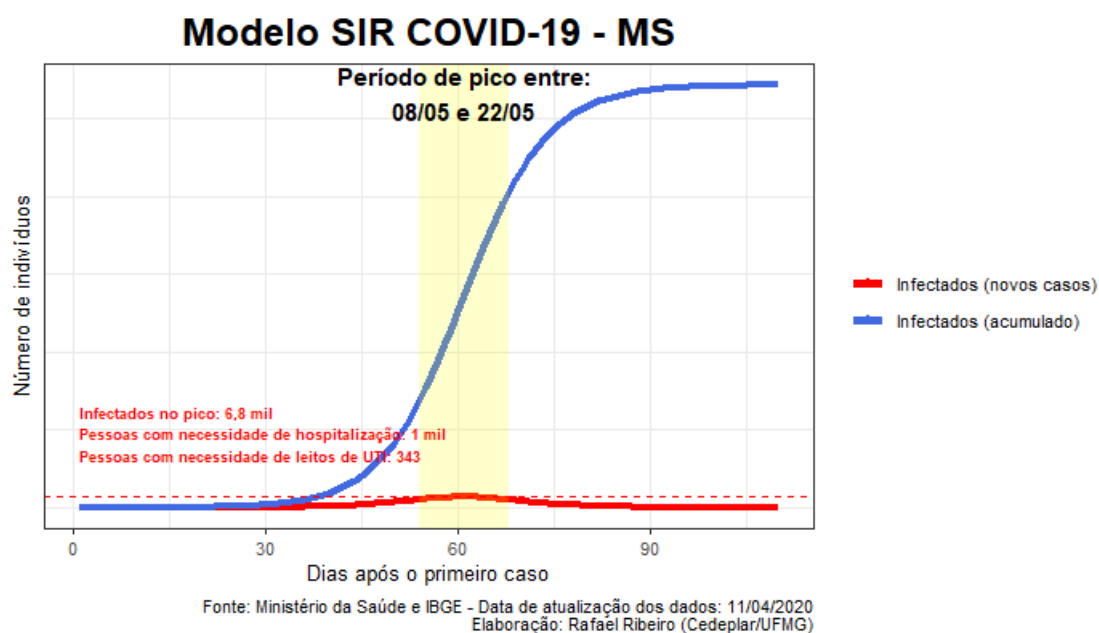
O estado de Goiás possui aproximadamente 7 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 0,12% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 490 mil pessoas no total sejam infectadas no estado.

Modelo SIR COVID-19 - GO



Mato Grosso do Sul

O estado de Mato Grosso do Sul possui aproximadamente 2,7 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 0,24% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 271 mil de pessoas no total sejam infectadas no estado.



4.4 Região Nordeste

Ceará

O estado possui cerca de 9 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 3,99% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 2,9 milhões de pessoas no total sejam infectadas no estado.

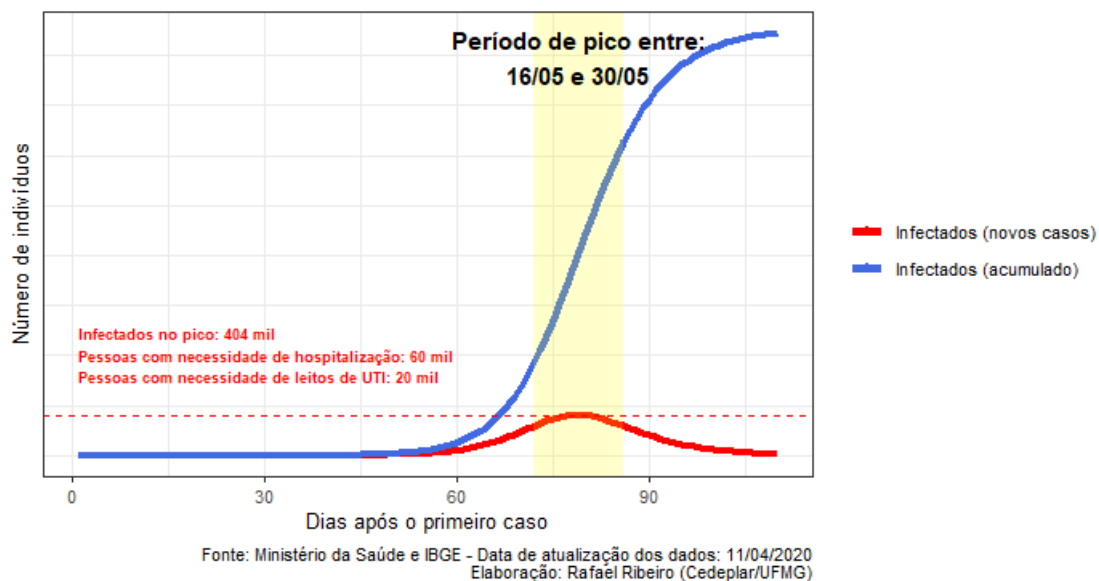
Modelo SIR COVID-19 - CE



Bahia

O estado da Bahia possui cerca de 14 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 2,72% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 4,2 milhões de pessoas no total sejam infectadas no estado.

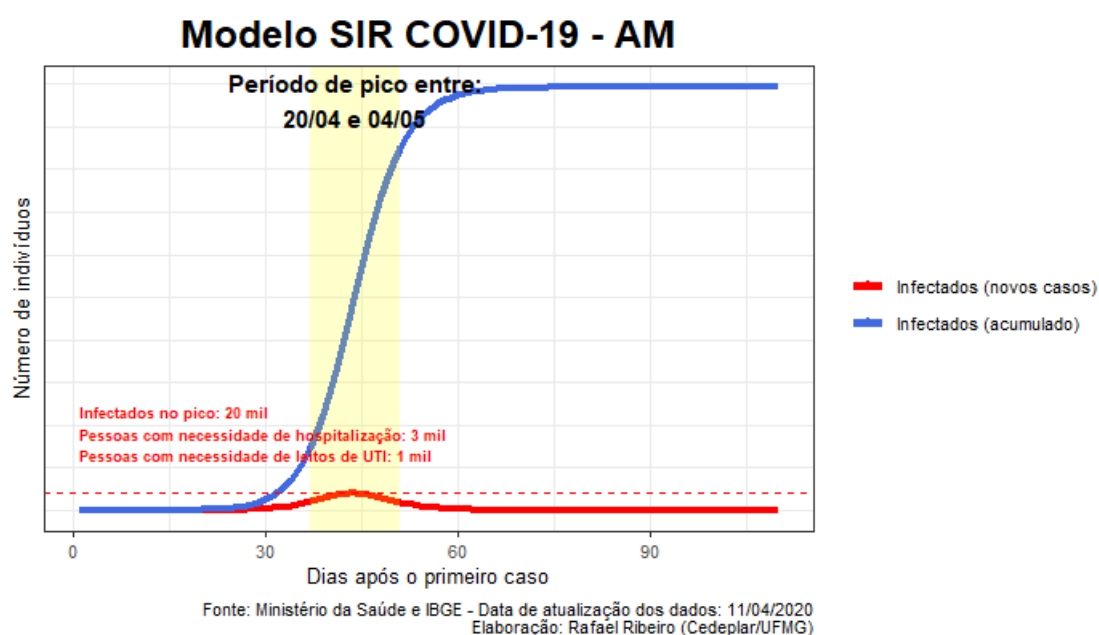
Modelo SIR COVID-19 - BA



4.5 Região Norte

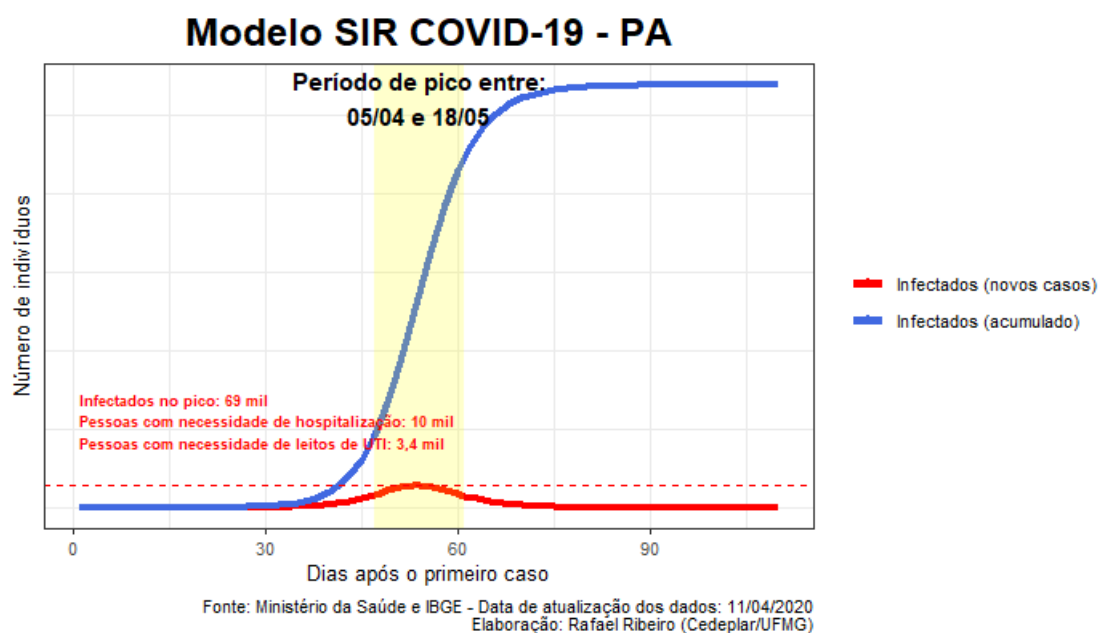
Amazonas

O estado possui cerca de 4 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 0,48% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 496 mil pessoas no total sejam infectadas no estado.



Pará

O estado possui cerca de 8,6 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 0,8% da população total. Espera-se que até o final do período cerca de 1,3 milhão de pessoas no total sejam infectadas no estado.



5 Taxa de reprodução

Calculei também a taxa de reprodução que é o número médio de pessoas saudáveis que cada pessoa infectada contamina. Esse valor é dado pela razão entre β e γ . Na Tabela 1 abaixo comparamos as estimativas atuais com as estimativas das Notas Técnicas anteriores (Ribeiro, 2020a; Ribeiro, 2020b; Ribeiro, 2020c). Temos:

Tabela 1. Evolução das taxas de reprodução por estado

Região	Estados	Março		Abril	
		25	28	04	11
Sudeste	SP	1,68	1,65	1,28	1,11
	RJ	1,44	1,83	1,32	1,49
	MG	1,88	1,82	1,60	1,14
	ES	-	-	-	-
Sul	RS	-	1,44	1,67	1,54
	SC	-	1,90	1,63	1,14
	PR	-	-	-	-
Centro-Oeste	DF	1,87	1,80	1,59	1,23
	MT	-	-	-	-
	MS	-	-	1,23	1,10
	GO	-	-	1,39	1,07
Nordeste	CE	2,64	2,31	1,40	1,57
	BA	-	1,62	1,51	1,43
	MA	-	-	-	-
	PI	-	-	-	-
	RN	-	-	-	-
	PB	-	-	-	-
	PE	-	-	-	-
	AL	-	-	-	-
	SE	-	-	-	-
Norte	AM	-	2,17	1,84	1,17
	AC	-	-	-	-
	AP	-	-	-	-
	PA	-	-	1,74	1,22
	RO	-	-	-	-
	RR	-	-	-	-
	TO	-	-	-	-
Média		1,90	1,83	1,51	1,26

Nota: as projeções para o dia 11/04 utilizam métodos de otimização diferentes e, portanto, não são diretamente comparáveis às projeções anteriores.

Para efeito de comparação, estudos para algumas províncias da China mostram que essa razão está um pouco acima de 2. Os resultados para os estados brasileiros estão um pouco abaixo desse valor em média. Contudo, vale ressaltar que subnotificações nos estágios iniciais podem resultar em coeficientes mais baixos. Além disso, o fato de o Brasil ter tido tempo de colher informações a partir da experiência internacional e adotado medidas de mitigação mais cedo em relação aos países europeus, por exemplo, pode contribuir para que essa razão não esteja bastante elevada para a maioria dos estados avaliados aqui.

6 Comentários finais

Por fim, vale lembrar que esses resultados valem para o caso em que nenhuma medida adicional é adotada. Daí a importância de medidas mais duras de mitigação e contenção para que consigamos achatar as curvas. Medidas como a aprovação pelo congresso de uma renda emergencial de até R\$ 1.200,00 para famílias de autônomos, microempreendedores individuais e desempregados, se efetivas no propósito de manter o distanciamento social, podem de fato achatar as curvas e reduzir significativamente a taxa de transmissão do vírus.

Referências

Bélisle C. J. (1992). Convergence theorems for a class of simulated annealing algorithms on \mathbb{R}^d . *Journal of Applied Probability*, 29(4), 885–895.

Byrd, R. H., Lu, P., Nocedal, J. and Zhu, C. (1995). A limited memory algorithm for bound constrained optimization. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 16, 1190--1208. 10.1137/0916069.

Kermack, W. e McKendrick, A. (1927). A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences*, A115:700–721.

Ribeiro, R. S. M. (2020a). Previsões a partir do modelo epidemiológico SIR para os casos de infecção pelo COVID-19: uma aplicação para os estados de SP, MG, RJ, DF e CE. Nota Técnica - 01/2020 - Grupo de Políticas Públicas e Desenvolvimento (GPPD), Belo Horizonte, MG, data 28/03/2020. Link: <https://pesquisas.face.ufmg.br/gppd/publicacoes-2/notas-tecnicas/>

Ribeiro, R. S. M. (2020b). Previsões a partir do modelo epidemiológico SIR para os casos de infecção pelo COVID-19: uma aplicação para os estados brasileiros. Nota Técnica - 02/2020 - Grupo de Políticas Públicas e Desenvolvimento (GPPD), Belo Horizonte, MG, data 30/03/2020. Link: <https://pesquisas.face.ufmg.br/gppd/publicacoes-2/notas-tecnicas/>

Ribeiro, R. S. M. (2020c). Projeções a partir do modelo epidemiológico SIR para os casos de infecção pelo COVID-19: uma aplicação para os estados brasileiros. Nota Técnica - 03/2020 - Grupo

de Políticas Públicas e Desenvolvimento (GPPD), Belo Horizonte, MG, data 05/04/2020. Link: <https://pesquisas.face.ufmg.br/gppd/publicacoes-2/notas-tecnicas/>